

Physique 7 : Le dipôle (R, L)

En classe de Première, nous avons utilisé des bobines **Doc. 1** parcourues par des courants pour produire des champs magnétiques. Les bobines peuvent avoir d'autres applications que nous étudions dans ce chapitre.



Doc. 1 Symbole d'une bobine.

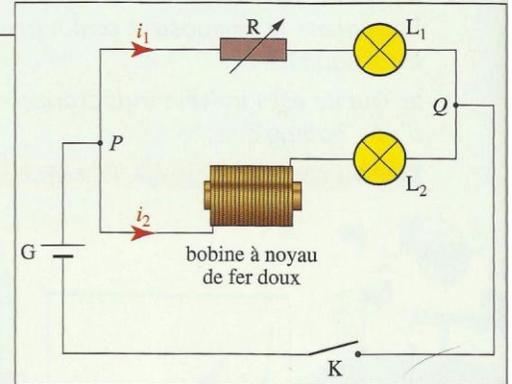
1. Quelle est l'influence d'une bobine dans un circuit électrique ?

Des bobines sont utilisées dans de nombreux circuits électroniques. Quelle est leur influence sur le courant ?

Activité 1

Comment s'établit le courant dans un circuit comportant une bobine ?

- Mesurer à l'ohmmètre la valeur de la résistance r de la bobine à noyau de fer.
 - Réaliser le montage du **document 2** ; ajuster la valeur de la résistance R pour qu'elle soit égale à r . Les lampes L_1 et L_2 sont identiques.
 - Fermer l'interrupteur K et observer l'éclat des lampes.
1. Les deux lampes brillent-elles instantanément ?
 2. Comparer leurs éclats au bout de quelques secondes.



Doc. 2 Schéma du montage de l'expérience permettant d'illustrer l'influence d'une bobine dans un circuit.

Observation et interprétation

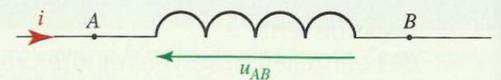
La lampe L_1 brille aussitôt après la fermeture de l'interrupteur, alors qu'il faut quelques instants pour que la lampe L_2 brille normalement, avec le même éclat que L_1 . L'établissement du courant dans une branche comportant une bobine est progressif.

Une bobine s'oppose transitoirement à l'établissement du courant dans un circuit. Son effet se manifeste lorsque l'intensité du courant varie.

► Pour s'entraîner : ex. 1

2. Quelles sont les caractéristiques d'une bobine ?

Quelle est la relation entre la tension aux bornes d'une bobine et l'intensité du courant qui la traverse **Doc. 3** ? Quelle grandeur caractérise une bobine ?



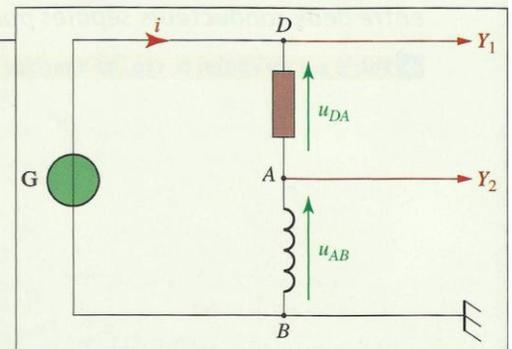
Doc. 3 Convention récepteur : les flèches associées à i et $u_L = u_{AB}$ sont en sens inverse.

2.1 L'inductance d'une bobine

Activité 2

Quelle est l'expression de la tension aux bornes d'une bobine ?

- Réaliser le montage du **document 4** en utilisant une bobine de très faible résistance et un générateur de signaux sinusoïdaux.
 - Les voies Y_1 et Y_2 sont reliées au système d'acquisition d'un ordinateur. Réaliser l'acquisition.
1. Quelle est la tension détectée par la voie Y_1 ? détectée par la voie Y_2 ? en affichant $Y_1 - Y_2$?
 2. Comment afficher la courbe représentant u_{AB} en fonction de $\frac{di}{dt}$? Afficher la courbe.
 3. Quelle est la relation entre u_{AB} et $\frac{di}{dt}$?



Doc. 4 Schéma du montage de l'expérience.

➤ Observation

Le graphique représentant u_{AB} en fonction de $\frac{di}{dt}$ est une demi-droite passant par l'origine [Doc. 5].

➤ Interprétation

La tension u_{AB} aux bornes de la bobine de faible résistance est proportionnelle à la dérivée $\frac{di}{dt}$ de l'intensité i du courant qui la traverse.

Le coefficient de proportionnalité, positif, est appelé **inductance** de la bobine; il est noté L .

Nous avons donc :
$$u_{AB} = L \cdot \frac{di}{dt}$$

Une bobine est caractérisée par son inductance L .

L'inductance L se mesure en henry (H) (voir l'activité préparatoire A, page 157), u_{AB} en volt (V) et $\frac{di}{dt}$ en ampère par seconde ($A \cdot s^{-1}$).

La valeur de l'inductance d'une bobine est souvent faible, inférieure à 1 H [Doc. 6]. Aussi, utilise-t-on très souvent le millihenry : $1 \text{ mH} = 10^{-3} \text{ H}$.

Un noyau de fer placé dans la bobine augmente considérablement l'inductance de la bobine.

2.2 Relation entre l'intensité et la tension

Généralement, une bobine possède une résistance r , non négligeable.

Dans ces conditions, une bobine est caractérisée par son inductance L et sa résistance r que l'on peut mesurer avec un ohmmètre.

On schématise une bobine (L, r) par l'association en série d'un conducteur ohmique de résistance r et d'une bobine, de résistance nulle et d'inductance L [Doc. 7].

D'après la loi d'additivité des tensions : $u_{AB} = u_{AC} + u_{CB} = r \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt}$.

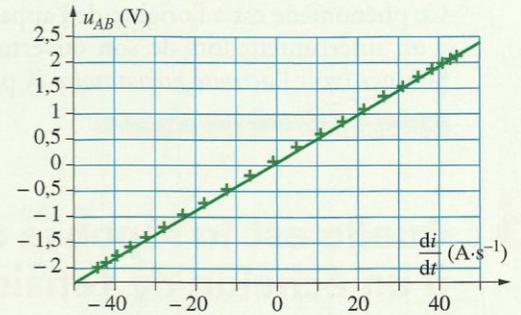
- La tension u_{AB} aux bornes d'une bobine (L, r), représentée par une flèche orientée de A vers B, est donnée par la relation :

$$u_{AB} = r \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt}$$

- Lorsque la bobine est parcourue par un courant d'intensité constante (régime permanent), $\frac{di}{dt} = 0$ et $u_{AB} = r \cdot i$: la bobine se comporte comme un conducteur ohmique de résistance r .

Lorsque l'intensité i du courant dans la bobine varie et lorsque le terme $r \cdot i$ est négligeable devant le terme $L \cdot \frac{di}{dt}$, alors $u_{AB} = L \cdot \frac{di}{dt}$.

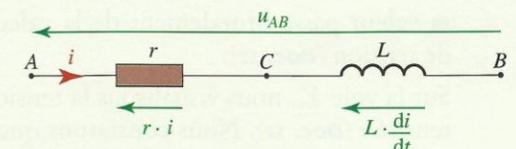
Si la variation de i est très rapide, $\frac{di}{dt}$ peut prendre une valeur très importante; il en est de même de $L \cdot \frac{di}{dt}$: une tension importante peut alors apparaître aux bornes de la bobine. C'est le phénomène de **surtension** [Doc. 8].



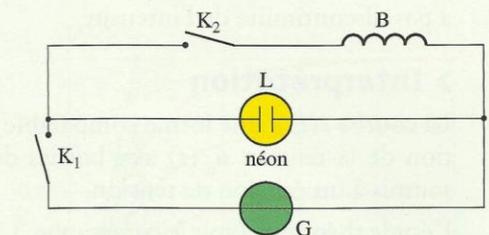
Doc. 5 u_{AB} est proportionnel à $\frac{di}{dt}$.

Exemple de bobine	Valeur de l'inductance
une spire de 1 m de diamètre	10^{-6} H
bobine de 1 000 spires sans noyau de fer	10^{-3} H
bobine de 1 000 spires avec noyau de fer	1 H
enroulements d'électroaimants	100 H

Doc. 6 Ordre de grandeur d'inductances.



Doc. 7 $u_{AB} = u_{AC} + u_{CB} = r \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt}$.



Doc. 8 Lorsque K_2 est ouvert, il est impossible d'allumer la lampe au néon en fermant K_1 : la tension de 6 V que délivre le générateur est insuffisante pour allumer la lampe au néon qui nécessite 60 V. Lorsque K_2 est fermé, la lampe est éteinte lorsque K_1 est fermé. Elle brille un court instant lorsque nous ouvrons K_2 . La rupture de courant dans la bobine provoque une surtension à ses bornes, qui fait briller transitoirement la lampe.

Ce phénomène est à l'origine de l'apparition d'une étincelle entre les lames d'un interrupteur lors de son ouverture dans un circuit comportant des bobines (voir l'activité préparatoire B, page 157, et le **document 9**).

► Pour s'entraîner : ex. 2, 4 et 6

3. Quelle est la réponse d'un dipôle (R, L) à un échelon de tension ?

L'activité 1, page 158, a montré que l'établissement du courant dans un circuit comportant une bobine s'effectue avec un certain retard. Étudions ce phénomène.

3.1 Étude expérimentale

Activité 3

Comment varie l'intensité du courant dans une bobine (L, r) soumise à un échelon de tension ?

- Réaliser le montage du **document 10** et fermer l'interrupteur.
 - Visualiser le courant en branchant, aux bornes d'un conducteur ohmique r' , un oscilloscope numérique ou la carte d'acquisition d'un ordinateur.
1. Que visualise-t-on sur la voie Y_1 ? Justifier le terme échelon de tension.
 2. Que visualise-t-on sur la voie Y_2 ? Comment varie i ?

► Observation

Sur la voie Y_1 , nous visualisons la tension u_{AM} aux bornes du générateur; sa valeur passe brutalement de la valeur 0 à la valeur E : c'est un échelon de tension [**Doc. 11**].

Sur la voie Y_2 , nous visualisons la tension $u_{BM} = r' \cdot i$, qui varie comme l'intensité i [**Doc. 11**]. Nous constatons que le courant ne s'établit pas instantanément dans le circuit.

La durée pendant laquelle le courant s'établit progressivement correspond au régime qualifié de transitoire. L'intensité i passe progressivement de la valeur nulle à la valeur I_p , intensité du courant en régime permanent : il n'y a pas discontinuité de l'intensité.

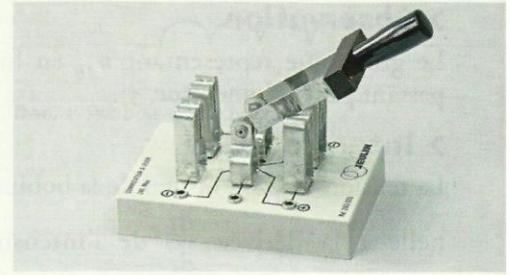
► Interprétation

La courbe $i(t)$ a une forme comparable à la courbe exponentielle de l'évolution de la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur d'un dipôle (R, C) soumis à un échelon de tension.

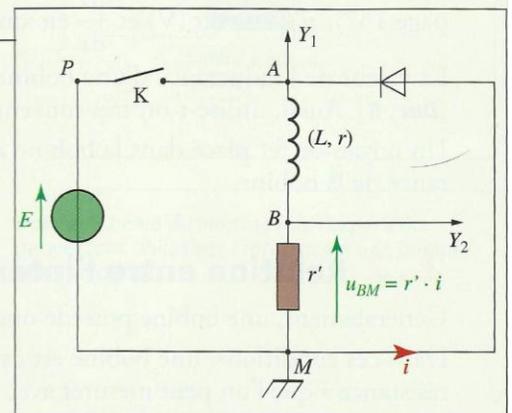
L'étude théorique (voir le paragraphe 3.3) confirmera que l'évolution de $i(t)$ est bien exponentielle.

Le phénomène, transitoire, est caractérisé par une constante de temps τ que l'on peut déterminer graphiquement à partir de la tangente à la courbe $i(t)$ à la date $t = 0$ [**Doc. 12**].

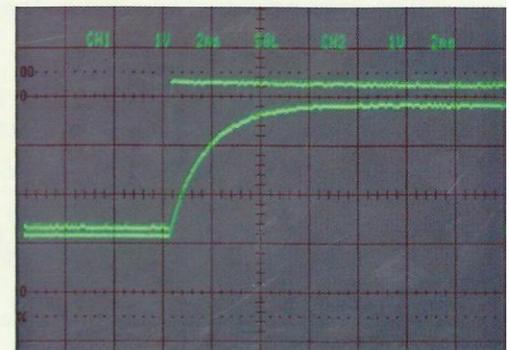
- Au bout d'une durée τ après la fermeture de l'interrupteur, l'intensité atteint 63 % de sa valeur limite I_p du régime permanent.
- Au bout de 5τ , l'intensité a quasiment atteint la valeur I_p .



Doc. 9 La détérioration des bornes d'un interrupteur est due à des étincelles de rupture.



Doc. 10 Montage expérimental. r' est un conducteur permettant de visualiser l'intensité du courant. La diode permet d'éviter une surtension entre A et M lorsque nous ouvrons K.



Doc. 11 Oscillogramme des voies Y_1 et Y_2 .

L'établissement du courant dans une bobine soumise à un échelon de tension est un phénomène transitoire caractérisé par une constante de temps τ .

La durée $t_{1/2}$, au bout de laquelle $i = 0,5 I_p$, est telle que $t_{1/2} = \tau \cdot \ln 2$.

3.2 La constante de temps

Une bobine d'inductance L et de résistance r , associée à un conducteur ohmique de résistance r' , constitue un dipôle (R, L) tel que $R = r + r'$.

Activité 4

Quelle est l'influence des caractéristiques du circuit sur la constante de temps τ ?

- Reprendre le montage du **document 10**.
- Observer l'influence :
 - de la f.é.m. E réglable du générateur de tension ;
 - de la résistance R , en modifiant la valeur de r' ;
 - de l'inductance L , en utilisant des bobines d'inductances différentes.

Déterminer la constante de temps τ pour chacun des dipôles (R, L) et

comparer sa valeur au quotient $\frac{L}{R}$.

➤ Observation

Lorsque nous augmentons E , l'intensité I_p du courant correspondant au régime permanent augmente, mais nous ne modifions pas la durée du régime transitoire [Doc. 13].

La constante de temps dépend de L et de R ; elle augmente avec L et diminue avec R .

➤ Interprétation

Nous montrons expérimentalement que τ et $\frac{L}{R}$ ont des valeurs numériques égales. Vérifions que $\frac{L}{R}$ est homogène à une durée.

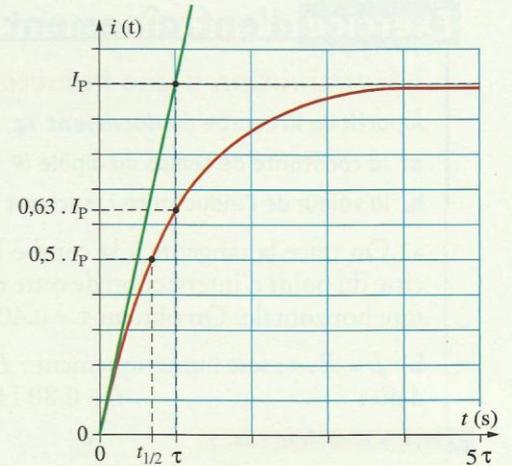
D'après la relation $u_{AB} = L \cdot \frac{di}{dt} + R \cdot i$, en considérant les unités, nous avons :

- $R = \frac{u}{i}$, exprimé en Ω ou en $V \cdot A^{-1}$;
- $L = \frac{u}{\frac{di}{dt}}$, exprimé en H ou $V \cdot A^{-1} \cdot s$;

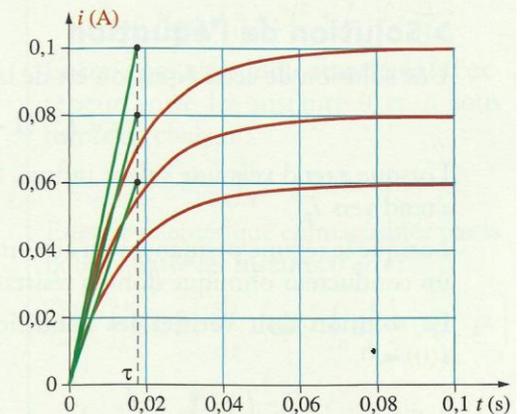
donc $\frac{L}{R}$, qui s'exprime en seconde, est homogène à une durée.

Le rapport $\frac{L}{R}$, homogène à un temps, est la constante de temps τ du dipôle (R, L) .

τ s'exprime en seconde (s), avec L en henry (H) et R en ohm (Ω).



Doc. 12 Pour $t = \tau$, $i = 0,63 \cdot I_p$.
Pour $t = 5\tau$, $i \approx I_p$.
La tangente à la courbe, à la date $t = 0$, coupe l'asymptote pour $t = \tau$.



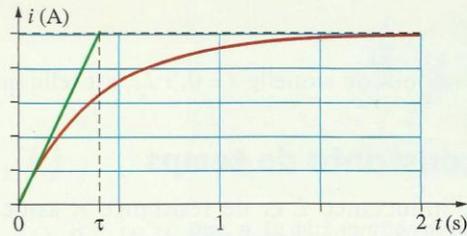
Doc. 13 Établissement du courant dans une bobine avec trois échelons de tension différents.

Exercice d'entraînement

Détermination d'une inductance

À partir de la courbe du **document 14**, déterminer :

- la constante de temps du dipôle (R, L) ;
- la valeur de l'inductance L , sachant que $R = 2,0 \Omega$.



Doc. 14 Mesure de la constante de temps τ du dipôle (R, L) .

> Pour s'entraîner : Ex. 7

3.3 Étude théorique

> Équation différentielle

Raisonnons sur le circuit du **document 15**.

À l'instant $t = 0$ (fermeture du circuit), l'intensité i du courant dans le circuit est nulle.

Pour $t > 0$, $u_{AM} = E$ et la loi d'additivité des tensions donne :

$$E = u_{AB} + u_{BM} = r \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt} + r' \cdot i.$$

Posons $R = r + r'$, résistance du dipôle (R, L) .

Nous avons alors : $E = L \cdot \frac{di}{dt} + R \cdot i$; soit :

$$\frac{E}{R} = \frac{L}{R} \cdot \frac{di}{dt} + i$$

Avec $\tau = \frac{L}{R}$ et $I_p = \frac{E}{R}$, l'intensité en régime permanent, nous obtenons :

$$I_p = \tau \cdot \frac{di}{dt} + i.$$

Cette équation différentielle régit l'évolution temporelle de l'intensité du courant dans le circuit lorsque nous fermons l'interrupteur K.

> Solution de l'équation

Une solution de cette équation est de la forme :

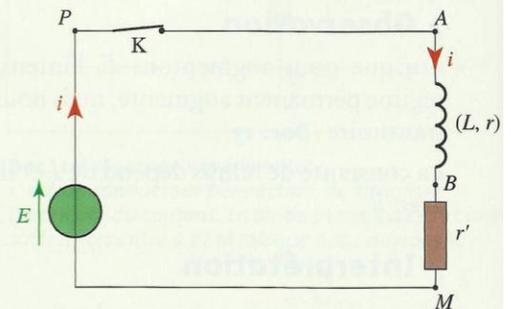
$$i = I_p \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}).$$

Lorsque t tend vers une valeur infinie, l'exponentielle $e^{-\frac{t}{\tau}}$ tend vers zéro et i tend vers I_p .

Lorsque le régime permanent est atteint, la bobine se comporte alors comme un conducteur ohmique dont la résistance est égale à celle de la bobine.

La solution doit vérifier les conditions initiales : à $t = 0$, nous avons $i(0) = 0$.

À l'instant $t = 0$, $\left(\frac{di}{dt}\right)_0 = \frac{I_p}{\tau}$: la tangente à la courbe, à l'origine O , coupe l'asymptote $i = I_p$ pour $t = \tau$.



Doc. 15 Schéma du montage permettant d'étudier l'établissement du courant dans un circuit comportant une bobine et un conducteur ohmique.

L'évolution de l'intensité i du courant dans une bobine soumise à un échelon de tension est donnée par l'équation différentielle :

$$I_p = \tau \cdot \frac{di}{dt} + i \text{ de solution } i = I_p \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

avec $\tau = \frac{L}{R}$ la constante de temps et $I_p = \frac{E}{R}$ l'intensité du courant en régime permanent.

► Pour s'entraîner : Ex. 6 et 10

4. Quelle est l'énergie stockée dans une bobine ?

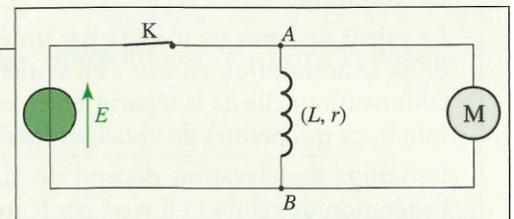
L'expérience réalisée avec la lampe au néon montre qu'une bobine, après avoir été traversée par un courant, peut se comporter brièvement comme un générateur et fournir l'énergie nécessaire à l'éclairage momentané de la lampe.

Activité 5

Comment mettre en évidence qu'une bobine stocke de l'énergie magnétique ?

- Réaliser le montage du **document 16** ; il comporte un moteur et une bobine d'inductance importante.
- Fermer l'interrupteur K, puis l'ouvrir.
- Observer le moteur.

Pourquoi cette expérience montre-t-elle que la bobine peut emmagasiner de l'énergie ?



Doc. 16 Schéma du montage de l'expérience.

► Observation

Lorsque nous ouvrons l'interrupteur, le moteur tourne et fournit donc du travail. Cette énergie lui est fournie par la bobine.

► Interprétation

Le calcul du **document 17** montre que :

L'énergie magnétique E_m emmagasinée dans une bobine d'inductance L , parcourue par un courant d'intensité i , est égale à :

$$E_m = \frac{1}{2} \cdot L \cdot i^2$$

avec E_m en joule (J), L en henry (H) et I en ampère (A).

L'énergie E_m ne passe pas instantanément d'une valeur à une autre ; si c'était le cas, il y aurait transfert d'énergie en un intervalle de temps quasiment nul et la puissance transférée serait infinie, ce qui est inconcevable. Si E_m ne subit pas de discontinuité, l'intensité du courant dans la bobine n'en subit pas non plus.

L'intensité du courant dans une bobine ne subit pas de discontinuité.

C'est pour cette raison que l'on observe un étincelle de rupture qui prolonge la circulation du courant lors de l'ouverture d'un circuit comportant une bobine.

► Pour s'entraîner : Ex. 11

Bilan énergétique dans une bobine

Puissance électrique fournie à la bobine :

$$\mathcal{P}_e = u_{AB} \cdot i = r \cdot i^2 + L \cdot i \cdot \frac{di}{dt}$$

Énergie par effet Joule transférée à l'extérieur entre les instants 0 et t , sous forme de chaleur :

$$E_J = \int_0^t r \cdot i^2 \cdot dt$$

Énergie magnétique emmagasinée par la bobine entre les instants 0 et t :

$$E_m = \int_0^t L \cdot i \cdot \frac{di}{dt} \cdot dt = \int_0^i d\left(\frac{1}{2} \cdot L \cdot i^2\right)$$

$$E_m = \frac{1}{2} L \cdot i^2$$

Doc. 17